# Рюкзачок полезностей

Натуральные числа. Арифметические действия над числами

## Задача 1

В детском саду на утреннике, детям раздавали конфеты. Всего было 234 конфеты. Мальчикам досталось по 4 конфеты, а девочкам по 5. На следующий праздник решили сделать так, чтобы и мальчикам и девочкам досталось по 6 конфет. Сколько конфет решили раздать детям на следующий праздник, если девочек и мальчиков одинаково?

Решение.

1) $4 + 5 = 9$ (конфет) - мальчику и девочке;

2) $234 : 9 = 26$ (мальчиков и девочек) - по отдельности;

3) $26 \cdot 2 = 52$ (ребенка) - всего в детском саду;

4) $52 \cdot 6 = 312$ (конфет) – решили раздать.

Ответ: в следующий раз решили раздать 312 конфет.

## Задача 2

Пятеро сыновей делили наследство. Наследство состояло из 3-х домов. Так как три дома было неудобно делить между пятью братьями, то решили, что трое старших братьев возьмут себе по дому, и каждый из них выплатит младшим братьям по 800 сом. После того, как младшие братья разделили деньги между собой, оказалось, что всем досталось поровну от наследства. Сколько стоили дома, если предположить, что они имели равную стоимость?

Решение.

1) 800 · 3 = 2400 (сом) - всего выплатили старшие братья;

2) 2400 · 2 = 1200 ( сом) - досталось каждому из младших братьев;

Ответ: дома стоили по 1200 сом каждый.

## Задача 3

В ведре было 40 кружек молока. После того, как из ведра отлили какое-то количество молока, то в нем осталось молока в 7 раз больше, чем отлили. Сколько молока отлили из ведра?

Решение.

Так как молока осталось в 7 раз больше, значит, отлили 1/8 ведра, поэтому:

1) 40 : 8 = 5 (л) - молока отлили из ведра;

Ответ: из ведра отлили 5 литров молока.

## Задача 4

На двух книжных полках стояли книги, всего 12 штук. Сколько книг стояло на каждой из полок, если после того, как с первой на вторую переставили столько книг, сколько стояло на второй, на обеих полках стало книг поровну?

Решение.

1) 12 : 2 = 6 (книг) - стало на полках;

2) 6 : 2 = 3 (книг) - стояло на второй сначала;

3) 12 - 3 = 9 (книг) - стояло на первой сначала;

Ответ: сначала на первой стояло 3 книги, на второй 9 книг.

## Задача 5

У Кайрата и Азата было всего 8 орехов. Сначала Кайрат дал Азату столько орехов, сколько было у Азата, потом Азат дал Кайрату столько орехов, сколько было у Кайрата. Сколько орехов было у мальчиков сначала, если теперь их стало поровну?

Решение.

1) 8 : 2 = 4 (ореха)  - стало у каждого мальчика;

2) 4 : 2 = 2 (ореха) - Азат дал Кайрату;

3) 4 + 2 = 6 (орехов) - стало у Кайрата;

4) 6 : 2 = 3 (ореха) - Кайрат дал Азату;

5) 6 – 3 = 3 (ореха) - было у Азата;

6) 8 – 3 = 5 (орехов) - было у Кайрата.

Ответ: у Кайрата сначала было 5 орехов, у Азата 3.

## Задача 6

Бабушка посчитала, что если дать внукам по 4 яблока, то 3 яблока останутся, а если дать по 5 яблок, то 2 яблока не хватит. Сколько внуков у бабушки?

Решение.

Если бабушка раздаст внукам по 4 яблока, то у нее останется еще 3 чтобы добавить 3 детям по одному яблоку. В этом случае трем детям достанется по 5 яблок, а так как по условию 2 яблока не хватает, если раздавать по 5, значит у бабушки еще 2 внука.

Ответ: у бабушки 5 внуков.

## Задача 7

В детском саду на больших пирамидках по 7 колец, на маленьких по 5. Всего 20 пирамидок, на которых всего 128 колец. Сколько больших пирамидок в детском саду?

Решение.

1) 20 · 5 = 100 (колец) - если на каждой из пирамидок по 5 колец;

2) 128 – 100 = 28 (колец) - остаток;

3) 7 – 5 = 2 (кольца) - разница;

4) 28 : 2 = 14 (пирамидок) - по 7 колец;

Ответ: в детском саду 14 больших пирамидок.

## Задача 8

В магазин привезли всего 20 двухколесных и трехколесных велосипедов. Сколько трехколесных и двухколесных велосипедов привезли по отдельности, если у всех велосипедов вместе 55 колес?

Решение.

1) 20 · 3 = 60 (колес) - если все велосипеды трехколесные;

2) 60 – 55 = 5 (колес)- разница;

3) 20 – 5 = 15 (велосипедов).

Ответ: в магазин привезли 15 трехколесных велосипедов и 5 двухколесных.

## Задача 9

Лена посчитала, что если каждый мальчик в классе принесет 5 сом, а каждая девочка 3 сома, то всего соберут 122 сома. Сколько в классе девочек и сколько в классе мальчиков, если всего в классе 30 детей?

Решение.

1) 30 · 3 = 90 (сом) - если бы каждый принес по 3 рубля;

2) 122 – 90 = 32 (сом) - остаток;

3) 5 – 3 = 2 (сом) - разница;

4) 32 : 2 = 16 (мал.) – в классе;

5) 30 – 16 = 14 ( дев.) – в классе.

Ответ: в классе 16 мальчиков и 14 девочек.

## Задача 10

Швейная фабрика закупила 138 метров черной и зеленой ткани, всего на 54000 сом. Сколько метров каждой ткани по отдельности было закуплено. Если метр зеленой ткани стоит 500 сом, а метр черной ткани 300 сом?

Решение.

1) 138 · 300 = 41400 (сом) - было бы потрачено, если бы вся ткань стоила 300 рублей за 1 метр;

2) 54000 - 41400 = 12600 (сом ) - остаток;

3) 500 - 300 = 200 (сом ) - разница в стоимости за метр;

4) 12600 : 200 = 63 (м) ткани по 500 сом за 1 метр;

5) 138 - 63 = 75 (м) ткани по 300 сом за 1 метр.

Ответ: ткани по 300 сом за 1 метр, купили 75 м; ткани по 500 сом за 1 метр, купили 63 м.

## Задача 11

Найти все натуральные числа, оканчивающиеся на 2006, которые после зачеркивания последних четырех цифр уменьшаются в целое число раз.

Решение.

Пусть натуральные числа имеют вид $x \cdot 10000 + 2006$, где $x \in N$.

После вычеркивания последних цифр получим число $x$.

По условию, где $n \in N$. Отсюда имеем, что должно быть натуральным числом, т. е. $x$ - делитель числа 2006.

Число 2006 имеет делители: 1; 2; 17; 34; 59; 118; 2006.

Следовательно, имеются числа, отвечающие условию задачи:

12006; 22006; 172006; 342006; 592006; 1182006; 20062006.

## Задача 12

Приведите пример трёхзначного натурального числа, кратного 4, сумма цифр которого равна их произведению. В ответе укажите ровно одно такое число.

Решение.

Сразу же отметим, что в числе не может быть цифры 0, так как при наличии хотя бы одного 0, произведение автоматически станет равно 0, а сумма будет равна 0 только в одном случае: если все слагаемые равны 0.

Трехзначное число делится на 4, если число, составленное из 2 последних цифр, делится нацело на 4.

Найдем всевозможные двухзначные числа, которые делятся на 4 и в которых отсутствует 0:

12, 16, 24, 28, 32, 36, 44, 48, 52, 56, 64, 68, 72, 76, 84, 88, 92, 96

Кроме того, мы знаем, что максимальная сумма цифр трехзначного числа равна 27 (9 + 9 + 9). Поэтому из приведенного списка можно вычеркнуть числа, произведение цифр которых больше 27.

Остались числа: 12, 16, 24, 28, 32, 36, 44, 52, 64, 72, 92

Попробуем подобрать первую цифру для этих чисел таким образом, чтобы сумма цифр трехзначного числа была равна их произведению. При этом не забываем, что произведение всех 3 цифр не должно превышать 27. Для удобства начнем с конца:

Для 92 первой цифрой может быть только 1, иначе произведение цифр превысит 27. Но произведение $1 \cdot 9 \cdot 2 = 18$ больше суммы $1 + 9 + 2 = 12$

Для 72 первой цифрой может быть только 1, иначе произведение превысит 27. Но произведение $1 \cdot 7 \cdot 2 = 14$ больше суммы $1 + 7 + 2 = 10$

Для 64 первой цифрой может быть только 1, иначе произведение цифр превысит 27. Но произведение $1 \cdot 6 \cdot 4 = 24$ больше суммы $1 + 6 + 4 = 11$

Для 52 первой цифрой может быть 1 или 2, иначе произведение цифр превысит 27. Если первая цифра равна 1, произведение равно $1 \cdot 5 \cdot 2 = 10$, а сумма равна $1 + 5 + 2 = 8$. Произведение больше суммы, причем произведение растет быстрее суммы, значит цифру 2 можно и не проверять.

Для 44 первой цифрой может быть только 1. Но произведение $1 \cdot 4 \cdot 4 = 16$ больше суммы $1 + 4 + 4 = 9$

Для 36 первой цифрой может быть только 1. Но произведение $1 \cdot 3 \cdot 6 = 18$ больше суммы $1 + 3 + 6 = 10$

Для 32 первой цифрой может быть 1, 2, 3 или 4. Если первая цифра равна 1, произведение равно $1 \cdot 3 \cdot 2 = 6$, а сумма равна $1 + 3 + 2 = 6$. Произведение и сумма равны, поэтому число 132 можно указать в качестве ответа. Так как произведение растет быстрее суммы, большие цифры можно не проверять.

Для 28 первой цифрой может быть только 1. Но произведение $1 \cdot 2 \cdot 8 = 16$ больше суммы $1 + 2 + 8 = 11$

Для 24 первой цифрой может быть 1, 2 или 3. Если первая цифра равна 1, произведение равно $1 \cdot 2 \cdot 4 = 8$, а сумма равна $1 + 2 + 4 = 7$. Произведение больше суммы, причем произведение растет быстрее суммы, значит цифру 2 можно и не проверять.

Для 16 первой цифрой может быть 1, 2, 3 или 4. Если первая цифра равна 1, произведение равно $1 \cdot 1 \cdot 6 = 6$, а сумма равна $1 + 1 + 6 = 8$. Сумма больше произведения, поэтому проверяем дальше. Если первая цифра равна 2, произведение равно $2 \cdot 1 \cdot 6 = 12$, а сумма равна $2 + 1 + 6 = 9$. Произведение больше суммы, значит другие цифры можно и не проверять.

Для 12 первой цифрой может быть любая (кроме 0). Если первая цифра равна 1, произведение равно $1 \cdot 1 \cdot 2 = 2$, а сумма равна $1 + 1 + 2 = 4$. Сумма больше произведения, поэтому проверяем дальше. Если первая цифра равна 2, произведение равно $2 \cdot 1 \cdot 2 = 4$, а сумма равна $2 + 1 + 2 = 5$. Сумма больше произведения, поэтому проверяем дальше. Если первая цифра равна 3, произведение равно $3 \cdot 1 \cdot 2 = 6$, а сумма равна $3 + 1 + 2 = 6$. Произведение и сумма равны, поэтому число 312 можно указать в качестве ответа. Так как произведение растет быстрее суммы, другие цифры можно не проверять.

Ответ: 132 или 312.

## Задача 13

К натуральному числу А приписали справа три цифры. Получившееся число оказалось равным сумме всех натуральных чисел от 1 до А. Найдите А.

Решение.

Пусть приписанные цифры образуют число В, $0 \leq B \leq 999$.

Тогда получившееся число равно, с одной стороны, $1000A + B$, а с другой $1 + 2 + \ldots + A = \frac{1}{2}A(A + 1)$.

Равенство $1000A + B = \frac{1}{2}A(A + 1)$ преобразуется к виду $A(A - 1999) = 2B$. Понятно, что число A удовлетворяет условию задачи тогда и только тогда, когда $0 \leq A(A - 1999) \leq 1998$.

Поскольку левое неравенство здесь возможно только при $A \geq 1999$, а правое — при $A < 2000$, то единственным решением задачи является $A = 1999$.

Ответ: 1999.